量子物理综合练习题

1. 用频率为ν的单色光照射某种金属时，逸出光电子的最大动能为E_k；若改用频率为2ν的单色光照射此种金属时，则逸出光电子的最大动能为：

解析：如图所示，当入射光频率为ν照射时，单色光照射在金属表面时，

对应爱因斯坦方程为：

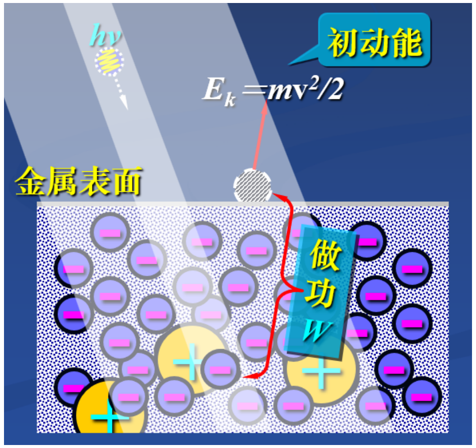
$$h\nu = \frac{1}{2}mv^2 + W = E_k + W$$

入射光频率为2ν照射金属时，对应爱因斯坦方程为：

$$2h\nu = E_k' + W = E_k' + h\nu - E_k$$

由此可得：$E_k' = h\nu + E_k$

故选D



2. 已知单色光，照射在钠表面上，测得光电子的最大动能是1.2eV，而钠的红线波长为540nm，则入射光的波长应为：

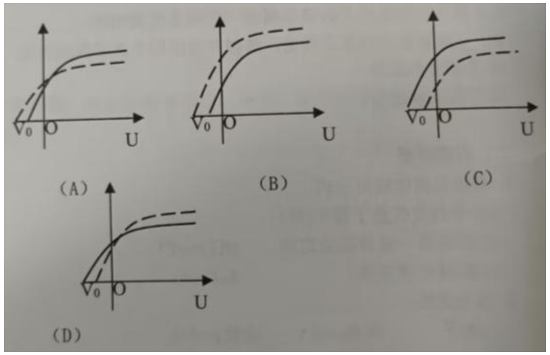
解析：由爱因斯坦方程：$h\nu = E_k + W = E_k + h\nu_0$　即：$h\dfrac{c}{\lambda} = E_k + h\dfrac{c}{\lambda_0}$

带入得：

$$\lambda = \frac{1}{\dfrac{E_k}{hc} + \dfrac{1}{\lambda_0}} = \frac{1}{\dfrac{1.2\times1.6\times10^{-19}}{6.63\times10^{-34}\times3\times10^{8}} + \dfrac{1}{540\times10^{-9}}}m = 3.55\times10^{-7}m$$

故选D

3. 以一定频率的单色光照射在某金属上，测出其光电流曲线如图所示，然后在光强度不变的条件下增大照射光的频率，测出光电流的曲线如图中虚线所示。则满足题意的图为：



解析：利用爱因斯坦光量子假说，可得光的强度I=$Nh\nu$；由此可知，在光强I不变时，增大ν，N会减小，因此对应光电流会降低；此外利用爱因斯坦光电效应方程：

$$h\nu = E_k + W = eU + W$$

可知当金属不变（W一定）时，增大ν，U会变大。 故选A

4. 一个光子和一个电子具有相同的波长，则

解析：根据德布罗意物质波知：$p=\dfrac{h}{\lambda}$，可知波长与动量一一对应。根据题意：光子和电子的波长相同，即动量p一定相等，故选C。

5. 卢瑟福α粒子实验证实了( )；康普顿效应证实了( )；戴维逊—革末证实了( ).

解析：卢瑟福α粒子实验证明了原子的有核模型；康普顿效应证明了光子的量子效应(也就是粒子性)；戴维逊—革末实验证明了实物粒子电子的波动性；故依次选E、A、D。

6. 光电效应和康普顿效应都是光子和物质原子中的电子相互作用过程，其区别何在？以下几种理解，正确的是：

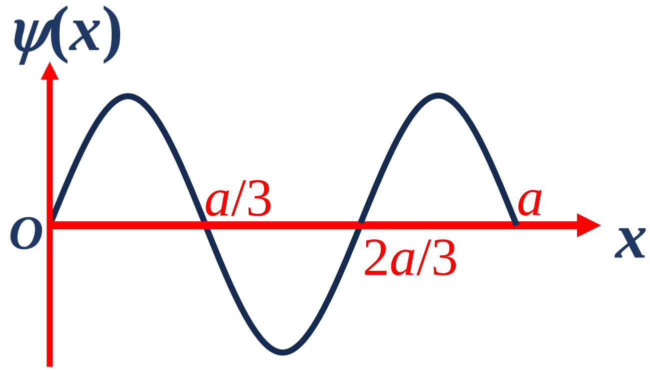
解析：光电效应中一个光子的能量$h\nu$被一个电子全部吸收，转化为该电子的动能和逸出功（静电势能，克服表面势垒所需的能量）；该过程中满足能量守恒，但是由于有部分能量转化为电子势能，即存在外力做功（金属中的库仑力做功），因此动量不守恒。而在康普顿效应中，由于光子的能量远远大于电子的能量，碰撞前可认为电子是静止的，碰撞持续的时间非常短，因此可以认为碰撞过程中没有外力做功，属于完全弹性碰撞，因此能量和动量都守恒。故选B

7. 粒子在一维无限深方势阱中运动，如图所示为粒子处于某一能态上的波函数 $\psi(x)$ 的曲线。粒子出现概率最大的位置为：

解析：量子力学中，对应粒子在空间某一位置出现的概率为：$w=\left|\psi_2(x)\right|^2$

因此对于如图所示函数曲线，概率最大的位置在：$a/6$，$a/2$，$5a/6$

故选C



8. 欲使电子的德布罗意波长为0.1nm，加速电压为：

解析：由德布罗意物质波知：$p=\dfrac{h}{\lambda}=\dfrac{6.63\times10^{-34}}{0.1\times10^{-9}}=6.63\times10^{-24}kg\cdot m/s$

由此可初步判断出电子的速度为：

$$v=\frac{p}{m}=\frac{6.63\times10^{-24}}{9.11\times10^{-31}}=7.28\times10^{6}m/s$$

由此可知，$v<0.1c$，因此电子的动能可用经典动能公式表示：$E_k=\dfrac{1}{2}mv^2=\dfrac{p^2}{2m}$

在本题中，电场对电子做功，转化为其动能，即：

$$eU=E_k=\frac{p^2}{2m}=\frac{6.63^2\times10^{-48}}{2\times9.11\times10^{-31}}J=2.41\times10^{-17}J=150.78eV$$

即所需加速电压大约为150V，故选C

9. 若太阳(看成黑体)的半径由R增为$2R$，温度由T增为$2T$，则其总辐射功率为原来的____倍。

解析：由斯特藩—玻尔兹曼定律，可得单位时间单位面积上的辐射度：$M=\sigma T^4$

得整个表面积上总辐射度为：$P=MS=\sigma T^4 4\pi R^2$，若把半径和温度都增大2倍；

可得：$P'=\sigma 16T^4 4\pi 4R^2=64P$

10. 光电效应的实验规律是：

(1) 保持入射光的频率不变，饱和光电流与入射光的____成正比。

解析：当入射光频率不变时，饱和光电流的值与入射光强度成正比。因为入射光强度与单位时间照射到金属上的光子数成正比（$I=Nh\nu$）。光子数的变化导致单位时间内吸收光子的电子数变化，故逸出金属表面的光电子数变化，导致光电流的变化。

(2) 光电子初动能与入射光____有关，与____无关。

解析：由爱因斯坦光电效应方程可知，光电子的最大初动能与入射光的频率有关，而与入射光的强度无关。 $eU=E_k=h\nu-W$

(3) 要产生光电效应必须入射光的频率大于截止（红限）频率ν_0。

11. 用来解释光电效应的爱因斯坦公式为：$h\nu=\frac{1}{2}mv^2+W$

12. 波长为300nm的光照射在某金属表面时，光电子能量范围从0到$4\times10^{-19}J$。此金属遏止电压为$|V_a|$=____V；红限频率γ_0=____Hz。

解析：由爱因斯坦方程：$h\nu=\frac{1}{2}mv^2+W=\frac{1}{2}mv^2+h\nu_0$，

其中 $\frac{1}{2}mv^2$ 表示光电子的最大动能，即最大能量。

由题意可知：$E_k=\frac{1}{2}mv^2=e|U_0|=4\times10^{-19}J$

将电子带电量e=1.6*10^{-19} C带入，可得：遏止电压为：2.5 V

将最大动能E_k带入爱因斯坦方程，再利用$\nu=c/\lambda$，λ=300 nm，

可得：红限频率$\nu_0=3.97\times10^{14}$ Hz

13. 以波长为λ=0.207um紫外光照射金属钯表面产生光电效应，已知钯的红限频率$\nu_0=1.21\times10^{15}$Hz，则遏止电压$|U_a|$=

解析：由遏止电压与光电子最大动能之间的关系：$e|U_0| = E_k = \frac{1}{2}mv^2$

再由爱因斯坦方程，可得：

$$e|U_0| = h\frac{c}{\lambda} - h\nu_0 = 6.63\times10^{-34}\times\left(\frac{3\times10^8}{0.207\times10^{-6}} - 1.21\times10^{15}\right) = 1.586\times10^{-19}J = 0.991eV$$

得遏止电压$|U_a|$=0.991 V。

14. 用频率为ν的单色光照射某金属时，逸出电子的最大动能为E_k，若改用频率为2ν的单色光照射此种金属时，则逸出光电子的最大动能为：

解析：与第一题重复，当入射光频率为ν照射时，单色光照射在金属表面时：

爱因斯坦方程为：$h\nu = \frac{1}{2}mv^2 + W = E_k + W$

入射光频率为2ν照射金属时，爱因斯坦方程为：

$$2h\nu = E_k' + W = E_k' + h\nu - E_k$$

由此可得：$E_k' = h\nu + E_k$

15. 光子波长为λ，则其能量为：______，动量的大小为：______，质量为：____

解析：这里主要考查对光子粒子性质的掌握。光子能量为：$E_k = h\nu = h\dfrac{c}{\lambda}$

动量为：$p=mc=E/c=h\nu/c=h/\lambda$;

由于光的速度为c，因此$p=mc=h/\lambda$，得光的动质量：$m=h/\lambda c$

16. 戴维逊—革末实验证实了德布罗意波的存在，德布罗意关系为：

$$E = h\nu \quad p = \frac{h}{\lambda} \quad \text{或} \quad \nu = \frac{E}{h} \qquad \lambda = \frac{h}{p}$$

17. 若λ_0为电子的康普顿波长，当电子的动能等于它的静止能量时，它的德布罗意波长λ=______λ_0。

解析：根据题意可知，当电子的动能等于其静止能量时，速度不再远远小于光速，因此电子的动能表达式应该是相对论效应下的动能表达式，即：

$$E_k = mc^2 - m_0c^2 = m_0c^2$$

由此可得：$m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\left(\dfrac{v}{c}\right)^2}} = 2m_0$，即电子的运动速度为：$v = \dfrac{\sqrt{3}}{2}c$

则电子的动量：$p = mv = 2m_0\dfrac{\sqrt{3}c}{2} = \sqrt{3}m_0c$，德布罗意波长为：$\lambda = \dfrac{h}{p} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}\lambda_0$

18. 康普顿效应是指x射线的波长散射，它的实质是x光子与电子碰撞，在此过程中能量和动量守恒。

19. 设描述微观粒子运动的归一化波函数为$\psi(\boldsymbol{r}, t)$则：

(1) $\psi(\boldsymbol{r}, t)\ \psi^*(\boldsymbol{r}, t)$表示：$t$ 时刻、粒子出现在r处的概率密度。

(2) $\psi(\boldsymbol{r}, t)$ 需满足的条件是：归一化条件和标准化条件（单值、有限、连续）。

(3) 其归一化条件是：波函数的平方(概率密度)对全空间积分等于1。

20. 氢原子基态的电离能是____eV，电离能为+0.544eV的激发态氢原子，其电子处在n= ____ 的轨道上运动。

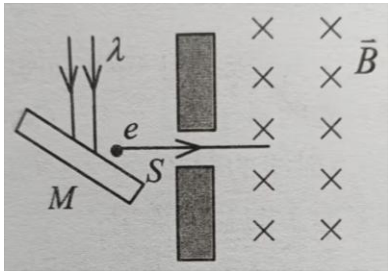
解析：氢原子第n轨道上的能量为：$E_n = -\dfrac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \times \dfrac{1}{n^2} = \dfrac{E_1}{n^2}$，其中基态能量为：

$E_1 = -\dfrac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} = -13.6eV$，即从基态电离到势能零点，所需的电离能为13.6 eV.

由：$E_n = \dfrac{E_1}{n^2} = 0.544 = \dfrac{13.6}{n^2}$

得：$n = 5$

21. 波长为λ的单色光照射某金属M表面发生光电效应，发射的光电子经狭缝S后垂直进入磁感应强度为$\boldsymbol{B}$的均匀磁场，今已测出电子在该磁场中作圆运动的最大半径为R。求(1)金属材料的逸出功A；(2)遏止电势差U_a。



解析：由电子在磁场中半径最大时对应的初动能最大,洛伦兹力提供向心力：则：$\dfrac{mv^2}{R}=Bev \Rightarrow v=\dfrac{eBR}{m}$

由光电效应得：$E_k=h\dfrac{c}{\lambda}-A=\dfrac{mv^2}{2}$

则逸出功为：

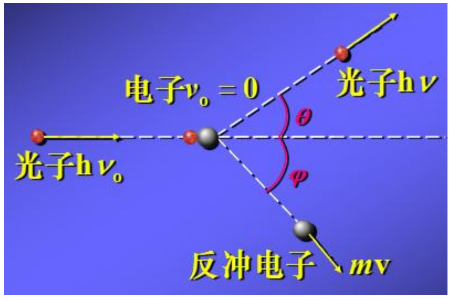
$$A=h\frac{c}{\lambda}-\frac{mv^2}{2}=h\frac{c}{\lambda}-\frac{(eBR)^2}{2m}$$

又因为：

$$eU_a=\frac{mv^2}{2}$$

得反向遏止电势差：$U_a=\dfrac{eB^2R^2}{2m}$

22. 假定在康普顿散射实验中，入射光的波长λ_0=0.003nm，反冲电子的速度v=0.6c，求散射光的波长λ。



解析：由康普顿效应中的能量守恒，可得：

$$h\frac{c}{\lambda_0}+m_0c^2=h\frac{c}{\lambda}+mc^2$$

得：

$$mc^2-m_0c^2=h\frac{c}{\lambda_0}-h\frac{c}{\lambda}\Rightarrow\frac{1}{\lambda}=\frac{1}{\lambda_0}-\frac{m_0c}{h}\left(\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}-1\right)=\frac{1}{\lambda_0}-\frac{m_0c}{h}\left(\frac{5}{4}-1\right)=\frac{1}{\lambda_0}-\frac{m_0c}{4h}$$

即波长λ为：

$$\lambda=\frac{1}{\frac{1}{\lambda_0}-\frac{m_0c}{4h}}=\frac{1}{\frac{1}{3\times10^{-12}}-\frac{9.11\times10^{-31}\times3\times10^8}{4\times6.63\times10^{-34}}}=4.34\times10^{-12}m$$

23. 求一电子处在宽度为a=0.1nm和a=1m的势阱中运动的能级值，把结果同室温下电子的平均平动动能进行比较，可得到什么结论？

解析：如图所示：对于宽度为a的一维无限深势阱。其能量为：$E_n = n^2 \dfrac{h^2}{8ma^2}$

则对$a = 0.1\text{nm}$时：

$$E_n = n^2 \frac{h^2}{8ma^2} = n^2 \frac{6.63\times 6.63\times 10^{-68}}{8\times 9.11\times 10^{-31}\times 1^2\times 10^{-20}} J = 6.03\times 10^{-17} n^2 J = 37.7 n^2 eV$$

对$a = 1\text{m}$时：

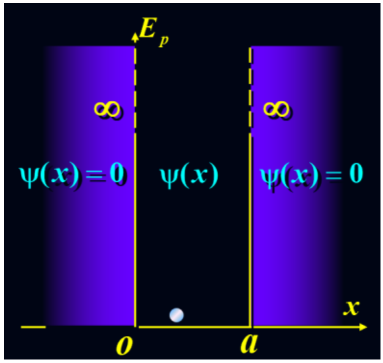
$$E_n = n^2 \frac{h^2}{8ma^2} = n^2 \frac{6.63\times 6.63\times 10^{-68}}{8\times 9.11\times 10^{-31}\times 1^2} J = 6.03\times 10^{-57} n^2 J = 3.77\times 10^{-19} n^2 eV$$

室温下电子的平均平动动能为：

$$\bar{\varepsilon} = \frac{3}{2}kT = \frac{3}{2}\times 1.38\times 10^{-23}\times 300J = 6.21\times 10^{-21}J = 0.0387eV$$

所以，对于$a = 0.1\text{nm}$微观尺寸，量子效应不可忽略；

对于$a = 1\text{m}$的宏观尺寸，量子效应可以忽略。



24. 一运动的粒子，处于如下的波函数所描述的状态，式中$\lambda>0$，A为常数。

$$\psi(x)=\begin{cases} Axe^{-\lambda x},(x>0) \\ 0,(x<0) \end{cases}$$

(1)将此波函数归一化；(2)求粒子位置的概率分布函数；(3)粒子在何处出现的概率最大？

解析：由归一化条件可得：

$$\int_{-\infty}^{+\infty}|\psi(x)|^2dx=\int_{-\infty}^{0}|\psi(x)|^2dx+\int_{0}^{+\infty}|\psi(x)|^2dx=0+\int_{0}^{+\infty}\left|Axe^{-\lambda x}\right|^2dx=1$$

即：

$$\int_{0}^{+\infty}A^2x^2e^{-2\lambda x}dx=4A^4\lambda^3=1 \qquad A=2\lambda^{3/2}$$

粒子的概率分布函数为：

$$w(x)=|\psi(x)|^2=\begin{cases} 4\lambda^3x^2e^{-2\lambda x},(x>0) \\ 0,(x<0) \end{cases}$$

利用概率分布函数对x求极值得： $8\lambda^3xe^{-2\lambda x}(1-\lambda x)=0$

可得，当$x=0$, $x=\infty$时，概率最小为0；当$x=1/\lambda$时，概率最大$=4\lambda e^{-2}$

25. 当氢原子从某初始状态跃迁到激发能为ΔE=10.19 eV的状态时，发射出光子的波长是λ=4860Å，试求该初始状态的能量和主量子数。

解析：设氢原子初始状态所对应的能级为n，激发能为ΔE= 10.19 eV的能级为m，由题意可得：

$$\Delta E = E_m - E_1 = -13.6\left(\frac{1}{m^2} - 1\right) = 10.19eV \Rightarrow m = 2$$

$$h\frac{c}{\lambda} = E_n - E_m = -13.6\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right) = 6.63\times10^{-34}\times\frac{3\times10^8}{4860\times10^{-10}}\times\frac{1}{1.6\times10^{-19}} = 2.56eV$$

由此可得：$\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} = 0.188 \Rightarrow n \approx 4$

26. 一个质子放在一维无限深势阱中，阱宽$L=10^{-14}$m。(1)质子的零点能量有多大？(2)由n=2态跃迁到n=1态时，质子放出多大能量的光子？

解析：对于宽度为a的一维无限深势阱，其能量为：$E_n = n^2\dfrac{h^2}{8ma^2}$

因为质子的质量是电子的1836倍，即

$$m = 1836m_e = 1836\times 9.11\times 10^{-31} = 1.67\times 10^{27}\,kg$$

则质子的零点能量(n=1)为：

$$E_1 = \frac{h^2}{8ma^2} = \frac{6.63^2\times 10^{-68}}{8\times 1.67\times 10^{-27}\times 10^{-28}}\,J = 3.29\times 10^{-13}\,J$$

由n=2态跃迁到n=1态时，放出能量为：

$$\Delta E = E_2 - E_1 = 3E_1 = 9.87\times 10^{-13}\,J$$